Раздел II. Текстовые задачи

Мы рассмотрели все темы курса алгебры 9 класса. Теперь начнем подготовку к итоговой аттестации.

Рассмотрим задачи, наиболее часто встречающиеся в экзаменационной практике: задачи на проценты; задачи на смеси, сплавы, растворы; задачи на движение; задачи на работу. При решении некоторых из этих задач удобно использовать таблицы. Они позволяют быстрее ввести обозначения и составить уравнения для решения.

Тема 5. Задачи на проценты

Определение. Процентом называют сотую часть числа:

$1\% = \frac{1}{100} = 0,01.$

Чтобы перевести проценты в дробь, надо разделить проценты на 100.

Например, $17\% = 0,17$.

Чтобы перевести дробь в проценты, надо умножить ее на сто.

Например,

$1,2 = 120\%$.

Чтобы найти дробь от числа, надо число умножить на эту дробь.

Примеры

Решите задачи.

А. Рабочий за смену изготовливает 20 деталей, а его ученик за это же время изготовливает 16 деталей. Определите:

а) на сколько процентов производительность рабочего больше производительности его ученика;

б) на сколько процентов производительность ученика меньше производительности рабочего?

Решение:

а) Производительность рабочего сравнивают с производительностью ученика, поэтому принимаем за 100% производительность ученика.

	Детали	**%**
Ученик	16	100
Рабочий	20	x

$x = \frac{20 \cdot 100}{16} = 125\,(\%)$ – делает рабочий.

$125\% - 100\% = 25\%$.

б) Производительность ученика сравнивают с производительностью рабочего, поэтому принимаем за 100% производительность рабочего.

,	**Детали**	**%**
Рабочий	20	100
Ученик	16	x

$x = \dfrac{16 \cdot 100}{20} = 80\,(\%)$ – делает ученик.

$100\% - 80\% = 20\%$.

Ответ: **а)** на 25 %; **б)** на 20%.

Б. Станок-автомат изготавливает за смену 40 деталей. В результате усовершенствования его производительность повысилась на 10%. Сколько деталей за смену стал изготавливать станок?

Решение:

Рассмотрим два способа решения этой задачи.

I способ. Пусть после усовершенствования станок стал изготавливать x деталей.

	Детали	**%**
До усовершенствования	40	100
После усовершенствования	x	100 + 10

$x = \dfrac{40 \cdot 110}{100}$

$x = 44$ – стал изготавливать станок.

II способ. Производительность станка до усовершенствования составляла 100%, следовательно, новая производительность равна $100\% + 10\% = 110\% = 1{,}1$.

Найдем 1,1 от 40 деталей:

$1{,}1 \cdot 40 = 44$(детали).

Ответ: 44 детали.

В. В банке взят кредит на сумму 50 тыс. рублей под определенный процент годовых. Через год в счет погашения кредита было внесено 40 тыс. руб. Еще через год в счет погашения кредита потребовалось еще 20 тыс. 880 руб. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

Решение:

Примем процент годовых за x. Через год долг составил $(100 + x)\%$.

Представим его в виде дроби: $(1 + 0{,}01x)$.

Долг в рублях равен $(1 + 0{,}01x) \cdot 50$ тыс. руб.

Учтем внесенную в счет погашения сумму.

$((1 + 0{,}01x) \cdot 50 - 40)$ тыс. руб. – долг на начало второго года;

$((1 + 0{,}01x) \cdot 50 - 40)\,(1 + 0{,}01x)$ тыс. руб. – долг на конец второго года.

По условию $((1 + 0{,}01x) \cdot 50 - 40)\,(1 + 0{,}01x) = 20{,}88$,

$(50 + 0{,}5x - 40) \cdot (1 + 0{,}01x) = 20{,}88$;

$10 + 0{,}1x + 0{,}5x + 0{,}005x^2 = 20{,}88$;

$0{,}005x^2+0{,}6x-10{,}88=0.\ \dfrac{D}{4}=0{,}09-0{,}005\cdot(-10{,}88)=0{,}1444;$

$x=\dfrac{-0{,}3\pm0{,}38}{0{,}005};$

$x_1=-136$ (не удовлетворяет смыслу задачи),

$x_2=16$ (%) – процент годовых.

Ответ: 16%.

Г. Свежие грибы содержат 90% влаги, а сушеные – 12%. Сколько сушеных грибов получится из 33 кг свежих?

Решение:

Рассмотрим два способа решения этой задачи.

I способ. Примем массу испарившейся влаги за x кг. Заполним таблицу.

	Было		Испарилось		Стало	
	кг	%	кг	%	кг	%
Влага	$\frac{33\cdot90}{100}$	90	x	100	$\frac{(33-x)\cdot12}{100}$	12
Грибы	33	100	x	100	$33-x$	100

$\dfrac{33\cdot90}{100}-x=\dfrac{(33-x)\cdot12}{100}$; $2970-100x=396-12x$,

$2970-396=100x-12x$, $2574=88x$, $x=29{,}25$ (кг) – испарилось влаги,

$33-29{,}25=3{,}75$ (кг) – получилось сушеных грибов.

Ответ: 3,75 кг.

II способ. Масса свежих грибов 33 кг.

Влаги в свежих грибах: $\dfrac{33\cdot90}{100}=29{,}7$ кг

Полезного вещества в свежих грибах: $33-29{,}7=3{,}3$ кг. Пусть в сушеных грибах содержится x кг влаги. Тогда составим таблицу:

	Влага		Полезное вещество	
Свежие грибы	29,7 кг	90 %	3,3 кг	10 %
Сушеные грибы	x кг	12 %	3,3 кг	100 % – 12%

x кг – 12%
3,3 кг – 88%

$$x = \frac{3{,}3 \cdot 12}{88}$$

$x = 0{,}45$

Значит, из 33 кг свежих грибов получится: $0{,}45 + 3{,}3 = 3{,}75$ (кг) — сушеных грибов.

Ответ: 3,75 кг.

Задания

Решите задачи.

14. Вкладчик внес в банк некоторый вклад под определенный процент годовых. Через год он снял со счета четвертую часть получившейся суммы. Банк увеличил процент годовых в два раза по сравнению с предыдущим годом. Еще через год получившаяся сумма составила 99 % от первоначального взноса. Каков новый процент годовых у банка?

15. Свежие грибы содержат 90% влаги, а сушеные – 20%. Сколько надо собрать свежих грибов, чтобы получить 4,5 кг сушеных?

Решение:

	Было		**Испарилось**		**Стало**	
	кг	**%**	**кг**	**%**	**кг**	**%**
Влага						
Грибы						

16. В результате очистки сырья количество примесей в нем уменьшается с 20% до 4% . Сколько надо взять исходного сырья для получения 100 кг очищенного сырья?

Решение:

	Было		**Ушло в отходы**		**Стало**	
	кг	%	кг	%	кг	%
Примесь		90	x	100		12
Сырье	33	100	x	100	$33 - x$	100

Тема 6. Задачи на смеси, сплавы, растворы

Примеры

А. К сплаву, содержащему 25% олова, добавили 3 кг чистого олова. Чему равна масса исходного олова, если процентное содержание олова повысилось при этом в 2,8 раза?

Решение:

Решение задачи удобно начинать с составления таблицы по данным задачи.

	Исходный		**Добавили**		**Новый**	
	кг	%	кг	%	кг	%
Олово		25	3	100		$25 \cdot 2{,}8$
Сплав	x	100	0	0	$x+3$	100

Заполняем оставшиеся ячейки таблицы, вычисляя их как неизвестные элементы пропорции: $\frac{x \cdot 25}{100}$; $\frac{(x+3)\cdot 25 \cdot 2{,}8}{100}$.

Таблица примет вид:

	Исходный		**Добавили**		**Новый**	
	кг	%	кг	%	кг	%
Олово	$\frac{x \cdot 25}{100}$	25	3	100	$\frac{(x+3)\cdot 25 \cdot 2{,}8}{100}$	$25 \cdot 2{,}8$
Сплав	x	100	0	0	$x+3$	100

Используя данные таблицы, составляем и решаем уравнение:

$\frac{x \cdot 25}{100} + 3 = \frac{(x+3)\cdot 25 \cdot 2{,}8}{100}$, $25x + 300 = (x+3) \cdot 25 \cdot 2{,}8$

$x + 12 = 2{,}8x + 8{,}4$; $1{,}8x = 3{,}6$; $x = 2$.

Ответ: 2 кг.

Б. Смешали 30%-й раствор и 15%-й раствор серной кислоты. Получили 450 г 20%-го раствора. Сколько граммов каждого раствора взяли?

Решение:

Заполняем таблицу, приняв массу одного раствора за x г. Тогда масса второго раствора будет равна $(450 - x)$ г.

	Первый раствор		**Второй раствор**		**Получили**	
	г	%	г	%	г	%
Серная кислота		30		15		20
Раствор	x	100	450 – x	100	450	100

Заполним оставшиеся ячейки, составим уравнение и решим его.

	Первый раствор		**Второй раствор**		**Получили**	
	г	%	г	%	г	%
Серная кислота	$\frac{30x}{100}$	30	$\frac{15(450-x)}{100}$	15	$\frac{450\cdot 20}{100}$	20
Раствор	x	100	450 – x	100	450	100

$\frac{30x}{100} + \frac{15(450-x)}{100} = \frac{450\cdot 20}{100}$, $2x + 450 - x = 600$

$x = 150$ (г) – взяли первого раствора,

$450 - 150 = 300$ (г) – взяли второго раствора.

Ответ: 150 г, 300 г.

В. Из бака, наполненного полностью кислотой, вылили несколько литров и долили водой, затем опять вылили столько же литров смеси. После этого в баке осталось 12 литров чистой кислоты. Сколько кислоты вылили в первый раз, если емкость бака 27 литров?

Решение:

Заполним таблицу, используя данные и приняв искомую величину за x л.

	Было		**Отлили в первый раз**		**Осталось в первый раз**		**Долили в первый раз**	
	л	%	л	%	л	%	л	%
Кислота	27	100	x	100	$27-x$	100	0	0
Раствор	27	100	x	100	$27-x$	100	x	100

Заполним вторую часть, учитывая, что процентное содержание кислоты, после того как долили воды и затем отлили раствор, оставалось без изменения.

	Стало		**Отлили во второй раз**		**Осталось во второй раз**	
	л	%	л	%	л	%
Кислота	$27-x$	$\frac{(27-x)\cdot 100}{27}$		$\frac{(27-x)\cdot 100}{27}$	12	$\frac{(27-x)\cdot 100}{27}$
Раствор	27	100	x	100	$27-x$	100

Заполним оставшуюся ячейку таблицы, найдя таким образом неизвестный элемент пропорции. Вторая часть таблицы примет вид:

	Отлили во второй раз		**Осталось во второй раз**	
	л	%	л	%
Кислота	$\frac{(27-x)\cdot 100}{27\cdot 100}\cdot x$	$\frac{(27-x)\cdot 100}{27}$	12	$\frac{(27-x)\cdot 100}{27}$
Раствор	x	100	$27-x$	100

Составим уравнение. Количество кислоты после добавления воды минус количество отлитой в последний раз кислоты равно остатку кислоты,

т. е. $(27-x) - \frac{(27-x)\cdot 100}{27\cdot 100}\cdot x = 12,$

$27 - x - \frac{27-x}{27} \cdot x = 12$. Умножим на 27.

Получим: $729 - 27x - 27x + x^2 = 324$,

$x^2 - 54x + 405 = 0$.

$x = 45$ (не удовлетворяет смыслу задачи, так как емкость бака 27 л),

$x = 9$ (л) – кислоты вылили в первый раз.

Ответ: 9 л.

Г. Имеется два сплава меди и цинка. В одном количество этих металлов находится в отношении 1:9, в другом 2:3. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 15 кг нового сплава, в котором медь и цинк относились бы как 1:4?

Решение:

Решение этой задачи аналогично предыдущим, только вместо процентов здесь части, и сплав содержит число частей, равное сумме входящих в него компонентов.

	Первый сплав		**Второй сплав**		**Новый сплав**	
	кг	части	кг	части	кг	части
Медь		1		2		1
Сплав	x	10	$15 - x$	5	15	5

Заполняем оставшиеся ячейки.

	Первый сплав		**Второй сплав**		**Новый сплав**	
	кг	части	кг	части	кг	части
Медь	$\frac{1x}{10}$	1	$\frac{2(15-x)}{5}$	2	$\frac{15}{5}$	1
Сплав	x	10	$15 - x$	5	15	5

Составляем и решаем уравнение:

$$\frac{1x}{10} + \frac{2(15-x)}{5} = \frac{15}{5}.$$

Ответ: 10 кг, 5 кг.

Задания

Решите задачи.

17. К 5 литрам 70%–го раствора серной кислоты добавили 80%–й раствор серной кислоты и получили 72%–й раствор серной кислоты. Сколько литров 80%–го раствора серной кислоты добавили?

Решение:

	Первый раствор		**Второй раствор**		**Третий раствор**	
	л	%	л	%	л	%
Кислота						
Раствор						

18. К раствору, содержащему 30 г кислоты, добавили 400 г воды, после чего процентное содержание кислоты уменьшилось на 10%. Найдите процентное содержание кислоты в первоначальном растворе и первоначальное количество воды в растворе.

Решение:

	Было		**Добавили**		**Стало**	
	г	%	г	%	г	%
Кислота						
Раствор						

19. Из бутыли, наполненной 12%-м раствором соли, отлили 1 л и долили 1 л воды. В бутыли оказался 3%-й раствор соли. Какова вместимость бутыли?

20. На завод поступило 20 т меди и 10 т свинца. Из них приготовили три сплава: в первый сплав медь и свинец входят в соотношении 3:2, во второй – 3:1, а в третий – 5:1. Найдите массу изготовленных сплавов, если известно, что первого и второго сплавов вместе было приготовлено в четыре раза больше, чем третьего.

Решение:

Пусть третьего сплава приготовили x т, первого приготовили y т, тогда второго приготовили $4x - y$ т.

	I		**II**		**III**	
	т	части	т	части	т	части
Медь						

Тема 7. Задачи на работу

Примеры

А. Два крана, работая вместе, могут разгрузить баржу за 6 ч. За какое время может разгрузить эту баржу каждый кран, работая в отдельности, если первому крану для этого требуется на 9 ч меньше, чем второму?

Решение:

Снова воспользуемся таблицей. Всю выполненную работу примем за одно целое, одну из искомых величин обозначим x, вторую выразим через первую, используя указанную в условии задачи зависимость.

	Время (ч)	**Производитель-ность**	**Работа**
Первый кран	x		1
Второй кран	$x+9$		1
Вместе	6		1

Заполним оставшийся столбец, зная, что производительность (скорость работы) равна отношению объема работы к времени ее выполнения.

	Время (ч)	**Производитель-ность**	**Работа**
Первый кран	x	$\frac{1}{x}$	1
Второй кран	$x+9$	$\frac{1}{x+9}$	1
Вместе	6	$\frac{1}{6}$	1

Составим уравнение, используя данные последнего заполненного столбца. Совместная производительность равна сумме производительностей механизмов (или рабочих), выполняющих эту работу:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+9}=\frac{1}{6}.$$

Решив уравнение, находим:

$x=9$ (ч) – время работы первого крана,

$9+9=18$ (ч) – время работы второго крана.

Ответ: 9 ч, 18 ч.

Б. Двум рабочим было поручено изготовить партию одинаковых деталей. После того, как первый рабочий проработал 2 ч, а второй – 4 ч, оказалось, что они выполнили $\frac{4}{15}$ всей работы. Проработав совместно еще 6 ч, они установили, что осталось выполнить $\frac{2}{15}$ всей работы. За какое время первый рабочий, работая в одиночку, сможет выполнить все задание?

Решение:

Очевидной зависимости между искомыми величинами нет, поэтому введем для каждой из них свое обозначение (табл. 1). Затем, используя производительности, заполним две следующие таблицы №1 и №2 и составим два уравнения (систему), так как искомых величин две.

Таблица 1

	Время (ч)	**Производительность**	**Работа**
Первый рабочий	x	$\frac{1}{x}$	1
Второй рабочий	y	$\frac{1}{y}$	1

Таблица 2

	Время (ч)	**Производительность**	**Работа**
Первый рабочий	2	$\frac{1}{x}$	$2 \cdot \frac{1}{x}$
Второй рабочий	4	$\frac{1}{y}$	$4 \cdot \frac{1}{y}$
Всего			$\frac{4}{15}$

Таблица 3

	Время (ч)	**Производительность**	**Работа**
Первый рабочий	$2 + 6$	$\frac{1}{x}$	$8 \cdot \frac{1}{x}$
Второй рабочий	$4 + 6$	$\frac{1}{y}$	$10 \cdot \frac{1}{y}$
Всего			$\left(1 - \frac{2}{15}\right)$

Используя данные последних столбцов второй и третьей таблиц, составим уравнения, учитывая, что объем выполненной работы равен сумме работ, выполненных каждым рабочим:

$$\begin{cases} 2\cdot\dfrac{1}{x}+4\cdot\dfrac{1}{y}=\dfrac{4}{15}, \\ 8\cdot\dfrac{1}{x}+10\cdot\dfrac{1}{y}=1-\dfrac{2}{15}; \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{30y+60x}{15xy}=\dfrac{4xy}{15xy}, \\ \dfrac{120y+150x}{15xy}=\dfrac{13xy}{15xy}. \end{cases}$$

Умножим оба уравнения на $15xy$, так как (по смыслу задачи) x и y не равны нулю.

Получим систему уравнений: $\begin{cases} 30y+60x=4xy, \\ 120y+150x=13xy; \end{cases} \quad \begin{cases} 15y+30x=2xy, |\cdot 13 \\ 120y+150x=13xy. |\cdot(-2) \end{cases}$

Решим ее способом сложения:

$$\begin{cases} 195y+390x=26xy, \\ -240y-300x=-26xy; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15y+30x=2xy, \\ -45y+90x=0; \end{cases} \quad \begin{cases} 15\cdot 2x+30x=2x\cdot 2x, \\ y=2x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^2-60x=0, \\ y=2x; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-15x=0, \\ y=2x; \end{cases} \quad \begin{cases} x(x-15)=0, \\ y=2x; \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} x=0, \text{ (не подходит по смыслу)} \\ y=0; \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} x=15, \\ y=30. \end{cases}$$

Ответ: за 15 ч.

Задания

Решите задачу.

21. Одна из труб может заполнить бак на 10 мин быстрее другой. За какое время может заполнить этот бак каждая труба в отдельности, если при совместном действии за 8 мин было заполнено $\dfrac{2}{3}$ бака?

Решение:

	Время (ч)	**Производительность**	**Работа**
Первая труба			
Вторая труба			
Вместе			

23. Две машинистки одновременно начали печатать рукопись. Первая печатает со скоростью 5 страниц в час, а вторая – со скоростью 6 страниц в час. Через час к ним присоединилась третья машинистка, которая через некоторое время догнала первую по числу напечатанных страниц, а спустя 30 мин после этого и вторую. Найдите скорость печатания третьей машинистки.

Решение:

Примем за x (страниц в час) скорость печатания третьей машинистки, за y – время, по истечении которого третья машинистка догнала первую по числу напечатанных страниц.

Составим две таблицы.

	Скорость (страниц в час)	**Время (ч)**	**Объем работы (страницы)**
Первая машинистка			
Третья машинистка			

	Скорость (страниц в час)	**Время (ч)**	**Объем работы (страницы)**
Вторая машинистка			
Третья машинистка			

22. В бассейн проведены две трубы – подающая воду и отводящая воду. Причем через трубу, подающую воду, бассейн наполняется на 2 ч дольше, чем опорожняется через отводящую трубу. При заполненном на $\frac{1}{3}$ бассейне были открыты обе трубы, и бассейн оказался пустым через 8 ч. За какое время, действуя последовательно, первая труба наполнит, а вторая отведет всю воду из бассейна?

Решение:

	Время (ч)	**Производительность**	**Работа**
Подающая труба			
Отводящая труба			

	Время (ч)	**Производительность**	**Работа**
Подающая труба			
Отводящая труба			

Тема 8. Задачи на движение

Примеры

А. Дорога от пункта A к пункту B длиной 11,5 км идет сначала в гору, затем по равнине и потом под гору (рис. 4). Пешеход на путь из A в B затратил 2 ч 54 мин, а на обратный путь – 3 ч 6 мин. Скорость ходьбы в гору 3 км/ч, по равнине – 4 км/ч, под гору – 5 км/ч. Какова протяженность дороги по равнине?

Решение:

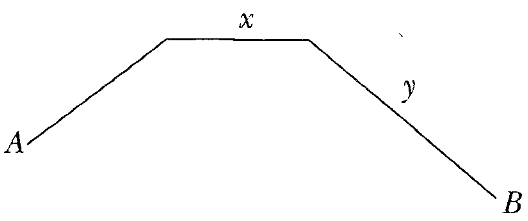

Рис. 4

Внесем в таблицу данные задачи и принятые нами обозначения неизвестных величин.

При движении из A в B	**t, ч**	**v, км/ч**	**s, км**
В гору	$\frac{11{,}5-(x+y)}{3}$	3	$11{,}5-(x+y)$
По равнине	$\frac{x}{4}$	4	x
Под гору	$\frac{y}{5}$	5	y

При движении из B в A	**t, ч**	**v, км/ч**	**s, км**
Под гору	$\frac{y}{3}$	3	y
По равнине	$\frac{x}{4}$	4	x
В гору	$\frac{11{,}5-(x+y)}{5}$	5	$11{,}5-(x+y)$

2 ч 54 мин $= 2\frac{54}{60}$ ч $= \frac{29}{10}$ ч; 3 ч 6 мин $= 3\frac{6}{60}$ ч $= \frac{31}{10}$ ч.

$$\begin{cases} \dfrac{11{,}5-(x+y)}{3}+\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{5}=\dfrac{29}{10}, \\ \dfrac{11{,}5-(x+y)}{5}+\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{3}=\dfrac{31}{10}. \end{cases}$$

Умножим оба уравнения на 60:

$$\begin{cases} 20(11{,}5-x-y)+15x+12y=174, \\ 12(11{,}5-x-y)+15x+20y=186, \end{cases} \quad \begin{cases} 230-5x-8y=174, \\ 138+3x+8y=186, \end{cases} \quad + \begin{cases} -2x+368=360, \\ 3x+8y=48. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4, \\ 8y=48-3\cdot 4, \end{cases} \quad \begin{cases} x=4, \\ y=4{,}5. \end{cases}$$

Ответ: 4 км.

Б. Два туриста вышли одновременно навстречу друг другу, один из пункта A в пункт B, другой из B в A. Каждый шел с постоянной скоростью и, придя в конечный пункт, немедленно поворачивал обратно. Первый раз они встретились в 12 км от пункта B, второй раз – в 6 км от пункта A через 6 ч после первой встречи. Найдите расстояние от A до B и скорости обоих туристов.

Решение:

Пусть расстояние между пунктами A и B равно S км (рис. 5).

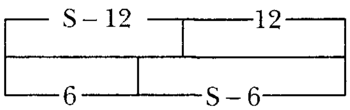

Рис. 5

	Время, ч	**Скорость, км/ч**	**Путь, км**
Первый турист	$\dfrac{s-12}{x}$	x	$s-12$
Второй турист	$\dfrac{12}{y}$	y	12

	Время, ч	**Скорость, км/ч**	**Путь, км**
Первый турист	6	x	$6x$
Второй турист	6	y	$6y$

$$\begin{cases} \dfrac{s-12}{x}=\dfrac{12}{y}, \\ 6x=12+(s-6), \\ 6y=(s-12)+6; \end{cases} \quad \begin{cases} sy-12y=12x, \\ 6x=6+s, \\ 6y=s-6, \\ xy\neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (6x-6)y-12y=12x \mid :6 \\ s=6x-6, \\ 6x-6y=12, \\ xy\neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)(x-2)-2(x-2)=2x, \\ s=6x-6, \\ y=x-2, \\ xy\neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-7x+6=0, \\ s=6x-6, \\ y=x-2, \\ xy\neq 0. \end{cases}$$

1) $x=1$, $y=1-2=-1$ (не удовлетворяет смыслу задачи),
2) $x=6$ (км/ч) – скорость первого туриста,
$y=6-2=4$ (км/ч) – скорость второго туриста,
$s=6\cdot 6-6=30$ (км) – путь из A в B.
Ответ: 30 км, 6 км/ч, 4 км/ч.

В. Пешеход поднялся в гору со скоростью 2 км/ч и сразу возвратился по той же дороге со скоростью 4 км/ч. Найдите среднюю скорость движения на всем пути.

Решение:

Средняя скорость движения = $\dfrac{\text{весь пройденный путь}}{\text{все затраченное время}}$

Обозначим путь в гору s, тогда

	Скорость, км/ч	**Время, ч**	**Путь, км**
В гору	2	$\dfrac{s}{2}$	s
С горы	4	$\dfrac{s}{4}$	s

$\dfrac{s}{2}+\dfrac{s}{4} = \dfrac{3s}{4}$ – общее время,

$s+s=2s$ – весь пройденный путь,

тогда $v_{ср.}=2s: \dfrac{3s}{4} = \dfrac{8}{3}$ (км/ч).

Ответ: $2\dfrac{2}{3}$ км/ч.

Задания

Решите задачу.

24. Поезд $\dfrac{1}{4}$ времени движения шел со скоростью 50 км/ч, а остальное время шел со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость на всем пути движения.

25. Из пунктов A и B, расстояние между которыми 60 км, выехали одновременно навстречу друг другу мотоциклист и велосипедист. Через час они встретились, а в момент прибытия мотоциклиста в пункт A велосипедист находился на расстоянии 40 км от пункта B. Какова скорость мотоциклиста?

Решение:

	t, ч	**v, км/ч**	**s, км**
Мотоциклист			
Велосипедист			

	t, ч	**v, км/ч**	**s, км**
Мотоциклист			
Велосипедист			

26. Лодка прошла вверх по течению 4 км и, сделав получасовую остановку, вернулась обратно, затратив на весь путь 3 ч. Найдите скорость течения реки, если скорость лодки против течения в четыре раза меньше ее скорости по течению.

27. Пешеход вышел из пункта A в пункт B и шел с постоянной скоростью. Через 45 пункта A вслед за ним выехал велосипедист. Когда пешеходу оставалось пройти $\frac{3}{8}$ все велосипедист прибыл в пункт B. Сколько времени потратил пешеход на весь путь, если велосипедист догнал его на середине пути и скорость велосипедиста на всем пути была постоянна?

Решение:

Первая половина пути:

	Время, ч	**Скорость, км/ч**	**Путь, км**
Пешеход			
Велосипедист			

Весь путь велосипедиста:

	Время, ч	**Скорость, км/ч**	**Путь, км**
Пешеход			
Велосипедист			